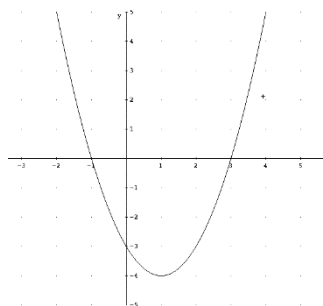


LISTA NR 4 (Funkcja kwadratowa) POZIOM PODSTAWOWY

- Dla każdej z podanych funkcji znajdź dwie brakujące postaci, sporządź jej wykres i opisz własności:
 - $y = x^2 - 2x - 3$
 - $y = -2(x+1)^2 + 2$
 - $y = \frac{1}{2}(x+1)(x+5)$
- Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 + bx + c$ przechodzi przez punkty $A = (1, -2)$ i $B = (4, 1)$. Znajdź jej wzór.
- Miejscami zerowymi funkcji $y = x^2 + bx + c$ są liczby -1 i 3 .
 - Znajdź b i c oraz sporządź wykres tej funkcji.
 - Podaj zbiór wartości i przedziały monotoniczności tej funkcji.
 - Dla jakich argumentów wartości tej funkcji są nieujemne?
- Wierzchołkiem paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f jest punkt $W = (1, 4)$. Wiedząc, że parabola ta przechodzi przez punkt $A = (0, 2)$ znajdź wzór funkcji f oraz zapisz, dla jakich argumentów wartości tej funkcji są ujemne.
- Znajdź najmniejszą i największą wartość funkcji f na podanym przedziale:
 - $f(x) = x^2 - 4x + 1$ dla $x \in \langle 1, 4 \rangle$
 - $f(x) = -2x^2 - 4x + 2$ dla $x \in \langle 0, 2 \rangle$
 - $f(x) = x^2 - 4x$ dla $x \in \langle -1, 4 \rangle$
- Rozwiąż równania:
 - $x^2 + x - 20 = 0$
 - $6x^2 + x - 2 = 0$
 - $x(x+10) = -25$
 - $-x^2 + 2x - 3 = 0$
- Kwadrat pewnej parzystej liczby naturalnej jest o dwa mniejszy od trzykrotności tej liczby. Jaka to liczba?
- Różnica długości przyprostokątnych pewnego trójkąta prostokątnego wynosi 1 . Znajdź ich długości wiedząc, że pole tego trójkąta jest równe 6 .
- Spośród wszystkich prostokątów o obwodzie 100 znajdź ten, którego pole jest największe.
 - Obwód równoległoboku wynosi 8 , a jego kąt ostry ma miarę 60° . Dla jakich długości boków równoległobok ten ma maksymalne pole? Oblicz to pole.
- Rozwiąż nierówności:
 - $x^2 - 3x - 4 > 0$
 - $x(x-5) \leq 0$
 - $-2x^2 - 3x + 20 \geq 0$
 - $(5x-3)(2x+1) < 0$
 - $x^2 + 4x + 4 > 0$
 - $-9x^2 - 24x - 16 \geq 0$
 - $x(x+2) > -5$
 - $-2x^2 + x - 3 > 0$
 - $(3x - \sqrt{3})(x + \sqrt{5}) \geq 0$
- Rozwiąż nierówności:
 - $-3 \leq x^2 - 4x \leq 0$
 - $-3 < (x-3)^2 - 4 \leq 5$
- Rozwiąż graficznie i algebraicznie układ równań $\begin{cases} y = -x^2 - 2x + 3 \\ y = 2x + 6 \end{cases}$
- Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + 2$ jest symetryczny względem prostej $x = 2$. Największą wartością tej funkcji jest 6 . Znajdź współczynniki a i b .
- Funkcja $f(x) = x^2 + bx + c$ przyjmuje wartości ujemne tylko na przedziale $(1, 3)$. Wyznacz wzór tej funkcji w postaci kanonicznej.

ODPOWIEDZI – lista nr 4

1. a) $y = (x-1)^2 - 4$
 $y = (x+1)(x-3)$



$D : x \in \mathbb{R} \quad Y : y \in \langle -4, \infty \rangle$

$M_0 : x \in \{-1, 3\}$

f rośnie $\Leftrightarrow x \in \langle 1, \infty \rangle$

f maleje $\Leftrightarrow x \in \langle -\infty, 1 \rangle$

y_{\max} - brak, $y_{\min} = -4$ dla $x = 1$

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \langle -1, 3 \rangle$

b) $y = -2x(x+2)$
 $y = -2x^2 - 4x$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$

c) $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 2$

2. $f(x) = x^2 - 4x + 1$

3.

a) $b = -2 \wedge c = -3$ b) $Y = \langle -4, \infty \rangle$

$y = x^2 - 2x - 3$

Rośnie dla $x \in \langle 1, \infty \rangle$, a maleje dla $x \in \langle -\infty, 1 \rangle$ c) $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$

4. $f(x) = -2x^2 + 4x + 2$

5. a) $y_{\max} = 1, y_{\min} = -3$

b) $y_{\max} = 2, y_{\min} = -14$

c) $y_{\max} = 5, y_{\min} = -4$

6. a) $x \in \{-5, 4\}$

c) $x \in \{-5\}$

b) $x \in \left\{ \frac{2}{3}, \frac{1}{2} \right\}$

d) $x \in \emptyset$

7. $x^2 + 2 = 3x$ odp. $x = 2$

8. $\frac{1}{2} \cdot x \cdot (x+1) = 6$ boki trójkąta : 4, 3

9.

a) Kwadrat o boku 25

b) romb o boku 2, $P = 2\sqrt{3}$

10. a) $x \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 4, \infty \rangle$

d) $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{5} \right)$

g) $x \in \mathbb{R}$

b) $x \in \langle 0, 5 \rangle$

e) $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle -2, \infty \rangle$

h) $x \in \emptyset$

c) $x \in \left\langle -4, \frac{5}{2} \right\rangle$

f) $x \in \left\{ -\frac{4}{3} \right\}$

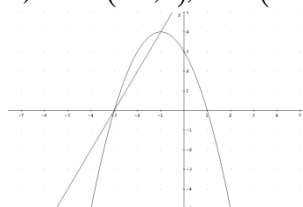
i) $x \in \langle -\infty, -\sqrt{5} \rangle \cup \left\langle \frac{\sqrt{3}}{3}, \infty \right\rangle$

11. a) $x \in \langle 0, 1 \rangle \cup \langle 3, 4 \rangle$

b) $x \in \langle 0, 2 \rangle \cup \langle 4, 6 \rangle$

12.

a) $A = (-3, 0), B = (-1, 4)$



13. $a = -1, b = 4$

14. $y = (x-2)^2 - 1$