

LISTA NR 7 (Funkcje wykładnicze i logarytmy) POZIOM PODSTAWOWY

1. Oblicz

$$a) \frac{\left[(4^3 \cdot 2^2)^4 \cdot 4^2 \right]^5}{\left[(8^{16} : 8^3)^2 \cdot 8^{14} \right]^{\frac{1}{2}}} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{110}$$

$$c) \frac{(5^{3-\sqrt{3}})^{3+\sqrt{3}}}{25^{\sqrt{2}} \cdot 5^{2\sqrt{2}-3}}$$

$$b) \frac{\left(\sqrt{27} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 3^6}{9^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-3}}$$

$$d) \frac{2 \cdot 3^{21} + 2 \cdot 3^{20} + 6 \cdot 3^{19}}{\sqrt{5}^2 \cdot \left(\sqrt[3]{3} \right)^{30} \cdot \left(\sqrt{27} \right)^{\frac{16}{3}}}$$

2. Oblicz

$$a) \log_2 5 + \log_2 1 \frac{3}{5}$$

$$h) \log_{\sqrt{6}} 3 \cdot \log_3 36$$

$$b) 3 \log_3 2 - \log_3 24$$

$$i) \log_{\sqrt{3}} 8 \cdot \log_4 81$$

$$c) \log_4 5^7 - 6 \log_4 5 + \log_4 3 \frac{1}{5}$$

$$j) \log_2 \frac{8^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}^3}$$

$$d) \log_5 25 - \log_2 3 + \frac{1}{2} \log_2 36 + \log_3 \sqrt{3}$$

$$k) 3^{2 \log_3 5}$$

$$e) \log_5 (2 \log \sqrt{10})$$

$$l) 8^{\log_2 3}$$

$$f) 2 \log_{\frac{1}{3}} 9 - \log_{\frac{1}{3}} 3$$

$$ł) 4^{\log_8 27}$$

$$g) \log_9 5 \cdot \log_{25} 27$$

$$*m) \log 5 \cdot \log 20 + (\log 2)^2$$

3. Dla jakich x wyrażenie $\log_{x+4}(x^2 + 2x)$ ma sens?

4. Wiedząc, że $\log_2 x = \log_3 y = \log_4 z = -2$ oblicz $\sqrt{\frac{x}{yz}}$.

5. Zapisz liczby w kolejności rosnącej:

$$a) a = 25^{\log_5 4}, b = \left(2^{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \right)^{\sqrt{3}-\sqrt{5}}, c = \frac{1}{2} \log_3 16 + \log_3 (20,25), d = \log_9 (\log 1000).$$

$$b) a = \left(\frac{1}{2} \right)^2, b = \left(\frac{1}{2} \right)^{\sqrt{2}}, c = \frac{\sqrt{2}}{2}, d = 2^{\sqrt{3}-3}.$$

6. Sporządź wykres funkcji $f(x) = 8 \cdot 2^x - 4$ i podaj zbiór wszystkich argumentów, dla których wartości tej funkcji są niedodatnie.

7. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja $f(x) = (m^2 - 3)^x$ jest malejąca.

8. Która liczba jest większa: $a = 2^{300}$, czy $b = 3^{200}$? Odpowiedź uzasadnij.

9. Wykaż, że

$$a) \text{ liczba } 2^{31} + 2^{30} + 2^{29} \text{ dzieli się przez } 7.$$

$$b) \text{ liczba } 5^{16} - 3^{16} \text{ dzieli się przez } 34.$$

ODPOWIEDZI – lista nr 7

1. a) $2^{10} = 1024$ b) 1 c) 125 d) 18
2. a) 3 b) -1 c) 2 d) 3,5 e) 0 f) -3 g) $\frac{3}{4}$ h) 4 i) 12 j) -1 k) 25 l) 27 ł) 9 m) 1
3. $x \in (-4, -3) \cup (-3, -2) \cup (0, \infty)$
4. 6
5. a) $a = 16, b = \frac{1}{4}, c = 4, d = \frac{1}{2}$, czyli $b < d < c < a$ b) $a < b < d < c$
6. wsk.: zapisz równanie tej funkcji w postaci $f(x) = 2^{x+3} - 4$. Wartości tej funkcji są niedodatnie dla $x \in (-\infty, -1)$.
7. $m \in (-2, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, 2)$
8. $a < b$, wsk.: zapisz obie liczby tak, by miały wspólny wykładnik 100.
9. a) wyłącz przed nawias 2^{29} . Jeśli dobrze to zrobisz, to w nawiasie zostanie (po dodaniu) 7.
b) zastosuj kilka razy wzór skróconego mnożenia $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Jeśli dobrze to zrobisz, to znajdziesz w końcu liczbę 34.