PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY

MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

ZASADY OCENIANIA ZADAŃ

Arkusz 2.

Klucz odpowiedzi do zadań zamkniętych

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	**C**	**D**	**B**	**A**	**D**	**C**	**D**	**A**	**D**	**B**	**B**	**A**	**D**	**D**	**A**	**D**	**D**	**A**	**C**	**B**	**C**	**C**	**B**	**A**

Schemat oceniania zadań otwartych

Zadanie 26. (0-2)

Rozwiąż nierówność $x^2 + 2x \leq 3(2x - 1)$.

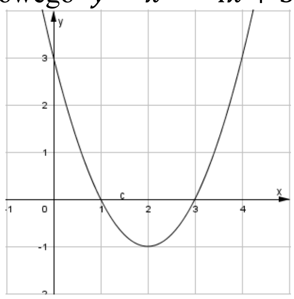
Przykładowe rozwiązanie

$$x^2 + 2x \leq 3(2x - 1)$$
$$x^2 + 2x \leq 6x - 3$$
$$x^2 - 4x + 3 \leq 0$$

Obliczamy pierwiastki trójmianu kwadratowego $x^2 - 4x + 3$.

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$$
$$x_1 = \frac{4-2}{2} = 1,\ x_2 = \frac{4+2}{2} = 3$$

Szkicujemy wykres trójmianu kwadratowego $y = x^2 - 4x + 3$,



z którego odczytujemy zbiór rozwiązań nierówności

$$x \in \langle 1, 3 \rangle$$

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje ....1p.

gdy

- obliczy lub poda pierwiastki trójmianu kwadratowego: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ i na tym zakończy lub błędnie poda zbiór rozwiązań nierówności,

albo

- popełni błąd rachunkowy przy obliczaniu wyróżnika lub pierwiastków trójmianu kwadratowego (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże nierówność.

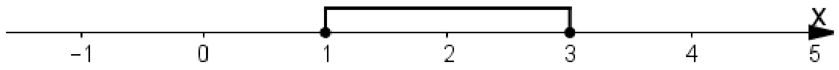
Zdający otrzymuje ....2p.

gdy

- poda zbiór rozwiązań nierówności: $x \in \langle 1, 3 \rangle$ lub $\langle 1, 3 \rangle$ lub $(x \geq 1 \;\, i \, x \leq 3)$,

albo

- poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów.



Zadanie 27. (0-2)

Rozwiąż równanie $(2x - 1)(x^3 + 8)(x^2 + 9) = 0$.

Przykładowe rozwiązanie

Lewa strona równania jest iloczynem trzech czynników $(2x - 1)$, $(x^3 + 8)$ oraz $(x^2 + 9)$. Zatem iloczyn ten jest równy 0, gdy co najmniej jeden z tych czynników jest róny 0, czyli

$$2x - 1 = 0 \quad \text{lub} \quad x^3 + 8 = 0 \qquad \text{lub} \quad x^2 + 9 = 0$$

Rozwiązaniem równania $2x - 1 = 0$ jest $x = \frac{1}{2}$.

Rozwiązaniem równania $x^3 + 8 = 0$ jest $x = \sqrt[3]{-8} = -2$.

Równanie $x^2 + 9 = 0$ nie ma rozwiązań, gdyż dla dowolnego rzeczywistego x liczba $x^2 + 9$ jest dodatnia.

Równanie $(2x - 1)(x^3 + 8)(x^2 + 9) = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste:

$$x \in \left\{\frac{1}{2}, -2\right\}.$$

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje ....1p.

gdy

- zapisze trzy równania $2\mathrm{x} - 1 = 0$ lub $\mathrm{x}^3 + 8 = 0$ lub $\mathrm{x}^2 + 9 = 0$,

albo

- wyznaczy poprawnie (lub poda) rozwiązania dwóch z trzech równań $2\mathrm{x} - 1 = 0$ lub $\mathrm{x}^3 + 8 = 0$ lub $\mathrm{x}^2 + 9 = 0$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Zdający otrzymuje ....2p.

gdy wyznaczy wszystkie rozwiązania $x = \frac{1}{2}$, $x = -2$.

Uwagi

1. Jeżeli zdający poda właściwe rozwiązania równania bez rachunków lub uzasadnienia, to otrzymuje **2 punkty**.
2. Jeżeli zdający poprawnie wyznaczy rozwiązania równania, ale w odpowiedzi poda niewłaściwą odpowiedź, np. $x \in R - \left\{\frac{1}{2}, -2\right\}$, to otrzymuje **1 punkt**.

Zadanie 28. (0-2)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich x i y prawdziwa jest nierówność

$$\frac{x}{y} \geq 4\left(1 - \frac{y}{x}\right)$$

Przykładowe rozwiązanie

Nierówność możemy przekształcić równoważnie

$$\frac{x}{y} \geq 4\left(1 - \frac{y}{x}\right)$$

$$\frac{x}{y} \geq 4 - \frac{4y}{x}$$

$$x^2 \geq 4xy - 4y^2$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 \geq 0$$

$$(x - 2y)^2 \geq 0$$

Ta nierówność jest prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y, więc w szczególności również dla liczb dodatnich.

To kończy dowód.

....

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje ....1p.

gdy zapisze nierówność w postaci $x^2 - 4xy + 4y^2 \geq 0$ i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Zdający otrzymuje ....2p.

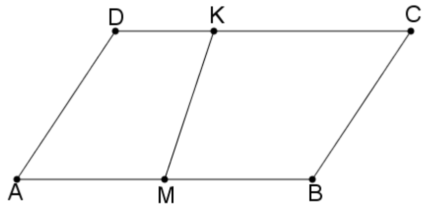
gdy przeprowadzi pełne rozumowanie.

Uwagi

1. Jeżeli zdający sprawdza poprawność nierówności dla wybranych wartości x oraz y, to otrzymuje **0 punktów**.
2. Jeżeli zdający doprowadzi nierówność do postaci $(x - 2y)^2 \geq 0$, ale poda niepoprawne uzasadnienie prawdziwości tej nierówności (np. *„liczba ta jest zawsze dodatnia”*), to otrzymuje **1 punkt**.
3. Jeżeli zdający przeprowadzi poprawne rozumowanie, które zakończy zapisem $(x - 2y)^2 \geq 0$, to otrzymuje **2 punkty**.

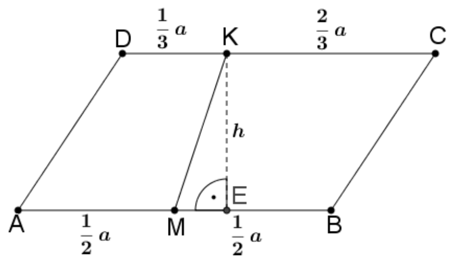
Zadanie 29. (0-2)

W równoległoboku ABCD poprowadzono odcinek KM. Punkt M jest środkiem odcinka AB, punkt K leży na odcinku CD oraz 2|DK|=|KC| (zobacz rysunek). Uzasadnij, że stosunek pola trapezu AMKD do pola trapezu MBCK jest równy $\frac{5}{7}$.



Przykładowe rozwiązanie

Wprowadźmy oznaczenia tak, jak na rysunku.



$$P_{AMKD} = \frac{1}{2}(|AM| + |KD|) \cdot |KE|$$

$$P_{MBCK} = \frac{1}{2}(|MB| + |CK|) \cdot |KE|$$

Zapiszmy pola trapezów w zależności od *a* oraz *h*.

$$P_{AMKD} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a\right) \cdot h = \frac{5}{12}ah$$

$$P_{MBCK} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}a\right) \cdot h = \frac{7}{12}ah$$

Wyznaczmy stosunek pól trapezów.

$$\frac{P_{AMKD}}{P_{MBCK}} = \frac{\frac{5}{12}ah}{\frac{7}{12}ah} = \frac{5}{7}$$

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje ....1p.

gdy zapisze pole jednego z trapezów $AMKD$ lub $MBCK$ uwzględniając stosunek podziału obu podstaw, np.

$$P_{AMKD} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a\right) \cdot h \text{ albo } P_{MBCK} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}a\right) \cdot h$$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Zdający otrzymuje ....2p.

gdy przeprowadzi pełne rozumowanie.

Zadanie 30. (0-2)

Ze zbioru liczb naturalnych trzycyfrowych losujemy jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma cyfr wylosowanej liczby jest równa 5.

Przykładowe rozwiązanie

Zbiór zdarzeń elementarnych Ω, to zbiór wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych.

$$\Omega = \{100, 101, 102, \ldots, 999\}$$

$$|\Omega| = 900$$

Oznaczmy przez A zdarzenie polegające na wylosowaniu liczby, której suma cyfr wynosi 5.

$$A = \{104, 140, 113, 131, 122, 203, 230, 212, 221, 302, 320, 311, 401, 410, 500\}$$

$$|\mathrm{A}| = 15$$

Obliczamy prawdopodobieństwo korzystając z definicji klasycznej prawdopodobieństwa.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

$$P(A) = \frac{15}{900}$$

$$P(A) = \frac{1}{60}$$

....

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje ....1p.

- gdy zapisze liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych $|\Omega| = 900$,

albo

- gdy wypisze wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A ,

albo

- gdy zapisze liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A, $|\mathrm{A}| = 15$,

Zdający otrzymuje ....2p.

gdy wyznaczy prawdopodobieństwo zdarzenia $P(A) = \frac{15}{900} = \frac{1}{60}$.

Uwagi

1. Jeżeli zdający poda prawdopodobieństwo zdarzenia A większe od 1, to za całe zadanie otrzymuje **0p**.
2. Jeżeli zdający pominie jedno zdarzenie sprzyjające zdarzeniu A i otrzyma $P(A)=\frac{14}{900}$, to otrzymuje za całe rozwiązanie **1p**.
3. Jeżeli zdający zapisze, że $|\Omega|=899$ i otrzyma $P(A)=\frac{15}{899}$, to otrzymuje za całe rozwiązanie **1p**.

Zadanie 31. (0-2)

Suma trzech początkowych wyrazów $a_1+a_2+a_3$ ciągu arytmetycznego (a_n) jest o 18 większa od sumy $a_4+a_5+a_6$. Wyznacz różnicę r tego ciągu.

Przykładowe rozwiązanie

Sposób I

$$a_1+a_2+a_3-18=a_4+a_5+a_6$$
$$a_1+a_1+r+a_1+2r-18=a_1+3r+a_1+4r+a_1+5r$$
$$3a_1+3r-18=3a_1+12r$$
$$-9r=18$$
$$r=-2$$

Sposób II

$$S_3-18=S_6-S_3$$
$$2S_3-18=S_6$$
$$2\cdot\frac{2a_1+2r}{2}\cdot 3-18=\frac{2a_1+5r}{2}\cdot 6$$
$$(2a_1+2r)\cdot 3-18=(2a_1+5r)\cdot 3$$
$$6a_1+6r-18=6a_1+15r$$
$$-9r=18$$
$$r=-2$$

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje...1p.

- gdy zapisze równanie np.
$$a_1+a_1+r+a_1+2r-18=a_1+3r+a_1+4r+a_1+5r$$
lub $2\cdot\frac{2a_1+2r}{2}\cdot 3-18=\frac{2a_1+5r}{2}\cdot 6$,

  z którego można wyznaczyć różnicę ciągu i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy albo

- gdy zapisze układ warunków, z których można wyznaczyć różnicę ciągu i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Zdający otrzymuje ....2p.

gdy obliczy $r=-2$.

Zadanie 32. (0-4)

Punkty $A=\left(-1,3\frac{1}{2}\right)$ oraz $B=(4,6)$ należą do wykresu funkcji $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$.

Wyznacz wartości liczbowe współczynników b i c. Dla wyznaczonych wartości b oraz c wyznacz pole trójkąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych.

Przykładowe rozwiązanie

Punkty $A=\left(-1,3\frac{1}{2}\right)$ oraz $B=(4,6)$ należą do wykresu funkcji $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$, więc spełniony jest następujący układ równań

$$\begin{cases} 3\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+c \\ 6=-\frac{1}{2}\cdot 4^2+4b+c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}-b+c \\ 6=-8+4b+c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4=-b+c \\ 14=4b+c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=b+4 \\ 14=4b+b+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=b+4 \\ 5b=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=6 \\ b=2 \end{cases}$$

zatem $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$.

Obliczamy współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych:

- z osią odciętych:

$$\Delta=2^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 6=16$$

$$\sqrt{\Delta}=4$$

$$x_1=\frac{-2-4}{-1}=6,\quad x_1=\frac{-2+4}{-1}=-2$$

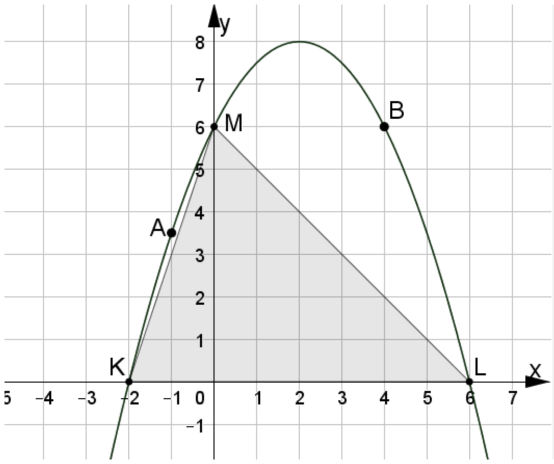
Punktami przecięcia wykresu z osią odciętych są: $K = (-2, 0)$ oraz $L = (6, 0)$.

- z osią rzędnych:

$$f(0) = -\frac{1}{2} \cdot (0)^2 + 2 \cdot 0 + 6$$
$$f(0) = 6$$

Punkt przecięcia wykresu z osią rzędnych, to $M = (0, 6)$.

Obliczamy pole trójkąta KLM.



$$|KL| = 6 - (-2)$$
$$|KL| = 8$$
$$h = 6$$
$$P = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6$$
$$P = 24$$

Schemat oceniania

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania ....1p.

Zdający zapisze poprawnie układ dwóch równań, którego rozwiązanie doprowadzi do wyznaczenia wartości b i c.

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp ....2p.

Zdający poprawnie wyznaczy wartości $\begin{cases} c = 6 \\ b = 2 \end{cases}$.

Pokonanie zasadniczych trudności zadania ....3p.

Zdający

- poprawnie wyznaczy współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych $K = (-2, 0)$, $L = (6, 0)$, $M = (0, 6)$,

albo

- poprawnie wyznaczy współrzędne dwóch spośród trzech punktów przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych oraz dla wyznaczonych współrzędnych obliczy pole trójkąta.

Rozwiązanie pełne..4p.

Zdający obliczy pole trójkąta $P = 24$.

Uwaga

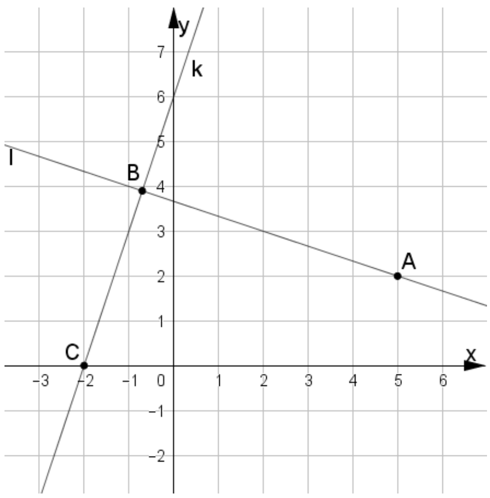
Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny przy wyznaczaniu współczynników b i c, to za całe rozwiązanie otrzymuje maksymalnie **2p**.

Zadanie 33. (0-4)

W trójkącie ABC miara kąta przy wierzchołku B jest równa 90^o, a wierzchołek $A = (5, 2)$. Punkty B i C leżą na prostej o równaniu $y = 3x + 6$, przy czym punkt C należy również do osi odciętych układu współrzędnych. Wyznacz współrzędne wierzchołków B i C oraz pole tego trójkąta.

Przykładowe rozwiązanie

Punkt B jest punktem przecięcia prostej k: $y = 3x + 6$ oraz prostej do niej prostopadłej przechodzącej przez punkt A.



Wyznaczamy współrzędne punktu C.

$$0 = 3x + 6$$

$$x = -2$$

$$C = (-2, 0)$$

Wyznaczamy równanie prostej AB. Współczynnik kierunkowy tej prostej to $a = -\frac{1}{3}$.

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$

$$2 = -\frac{1}{3} \cdot 5 + b$$

$$b = 3\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$$

Wyznaczamy współrzędne punktu B rozwiązując układ równań

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 6 = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

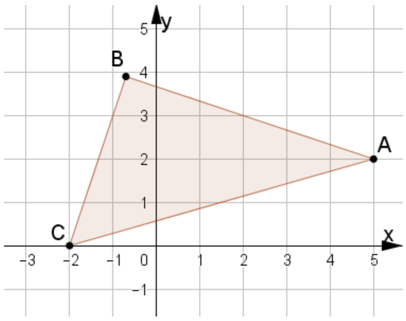
$$\begin{cases} \frac{10}{3}x = -\frac{7}{3} \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{7}{10} \\ y = 3 \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{7}{10} \\ y = \frac{39}{10} \end{cases}$$

$$B = \left(-\frac{7}{10}, 3\frac{9}{10}\right)$$

I sposób obliczenia pola trójkąta



Obliczamy długość przyprostokątnej BC.

$$|BC| = \sqrt{\left(-2 + \frac{7}{10}\right)^2 + \left(0 - \frac{39}{10}\right)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{\left(-\frac{13}{10}\right)^2 + \left(-\frac{39}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{1690}{100}}$$

$$|BC| = \frac{13\sqrt{10}}{10}$$

Obliczamy długość przyprostokątnej AB.

$$|AB| = \sqrt{\left(5 + \frac{7}{10}\right)^2 + \left(2 - \frac{39}{10}\right)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{\left(\frac{57}{10}\right)^2 + \left(-\frac{19}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{3610}{100}}$$

$$|BC| = \frac{19\sqrt{10}}{10}$$

Opbliczamy pole trójkąta ABC.

$$P = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BC|$$
$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{19\sqrt{10}}{10} \cdot \frac{13\sqrt{10}}{10}$$
$$P = 12{,}35$$

II sposób obliczenia pola trójkąta

$$P = \frac{1}{2}|(x_B - x_A)(y_c - y_A) - (y_B - y_A)(x_c - x_A)|$$
$$P = \frac{1}{2}\left|\left(-\frac{7}{10} - 5\right)(0-2) - \left(3\frac{9}{10} - 2\right)(-2-5)\right|$$
$$P = \frac{1}{2}\left|\frac{114}{10} + \frac{133}{10}\right|$$
$$P = 12{,}35$$

Schemat oceniania

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania ....1p.

Zdający
- zapisze, że współczynnik kierunkowy prostej AB to $a = -\frac{1}{3}$,

albo
- wyznaczy współrzędne punktu $C = (-2, 0)$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp ....2p.

Zdający wyznaczy współrzędne wierzchołka $C = (-2, 0)$ oraz zapisze układ równań pozwalający wyznaczyć współrzędne punktu B, np. $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \\ y = 3x + 6 \end{cases}$
i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Pokonanie zasadniczych trudności zadania ....3p.

Zdający
- wyznaczy współrzędne wierzchołków $C = (-2, 0)$ i $B = \left(-\frac{7}{10}, 3\frac{9}{10}\right)$,

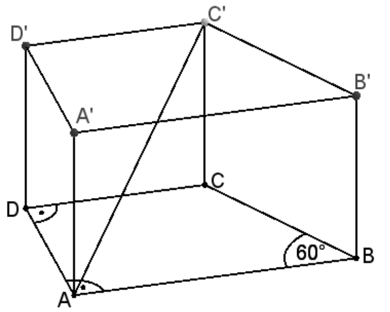
albo
- popełni błąd rachunkowy na dowolnym etapie tozwiązania i z tym błędem doprowadzi rozwiązanie do końca

Rozwiązanie pełne...4p.

Zdający wyznaczy współrzędne wierzchołków $C = (-2, 0)$ i $B = \left(-\frac{7}{10}, 3\frac{9}{10}\right)$ oraz obliczy pole trójkąta $P = 12{,}35$.

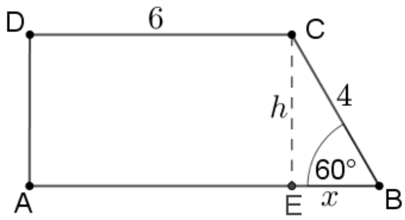
Zadanie 34. (0-5)

Podstawą graniastosłupa prostego jest trapez prostokątny $ABCD$, w którym $|BC| = 4$, $|DC| = 6$, $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle ADC| = 90°$ oraz $|\sphericalangle ABC| = 60°$ (rysunek poniżej). Krótsza przekątna graniastosłupa AC' ma długość $4\sqrt{7}$. Wyznacz pole powierzchni całkowitej oraz objętość graniastosłupa.



Przykładowe rozwiązanie

Wykonujemy pomocniczy rysunek podstawy $ABCD$ i wprowadzamy oznaczenia tak jak na rysunku.



$$sin60^o = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{4}$$

$$h = 2\sqrt{3}$$

$$cos60^o = \frac{BE}{CB}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{4}$$

$$x = 2$$

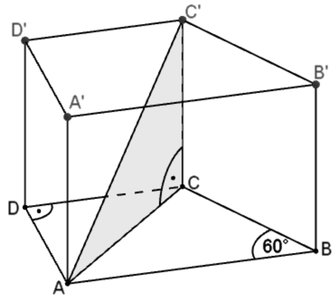
Obliczamy pole trapezu $ABCD$ (podstawy graniastosłupa).

$|AB| = 8$, $|AD| = 2\sqrt{3}$, $P_p = \frac{1}{2} \cdot (|AB| + |CD|) \cdot |AD|$, więc

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot (8 + 6) \cdot 2\sqrt{3}$$

$$P_p = 14\sqrt{3}$$

Rozważmy trójkąt prostokątny ACC' (rysunek poniżej).



$$|AC|^2 = |AD|^2 + |DC|^2$$

$$|AC|^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + 6^2$$

$$|AC|^2 = 48$$

$$|AC| = 4\sqrt{3}$$

Obliczamy długość odcinka CC', która jest wysokością H graniastosłupa.

$$|AC'|^2 = |AC|^2 + |CC'|^2$$

$$\left(4\sqrt{7}\right)^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2 + |CC'|^2$$

$$112 = 48 + |CC'|^2$$

$$|CC'| = \sqrt{64} = 8$$

$$H = 8$$

Obliczamy pole powierzchni bocznej graniastosłupa.

$$P_b = (|AB| + |BC| + |CD| + |DA|) \cdot H$$

$$P_b = \left(8 + 4 + 6 + 2\sqrt{3}\right) \cdot 8$$

$$P_b = 144 + 16\sqrt{3}$$

Obliczamy pole całkowite graniastosłupa.

$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$

$$P_c = 2 \cdot 14\sqrt{3} + 144 + 16\sqrt{3}$$

$$P_c = 44\sqrt{3} + 144$$

Obliczamy objętość graniastosłupa.

$$V = P_p \cdot H$$

$$V = 14\sqrt{3} \cdot 8$$

$$V = 112\sqrt{3}$$

Schemat oceniania

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania ....1p.

Zdający

- obliczy $|EB| = 2$

albo

- obliczy $|CE| = |AD| = 2\sqrt{3}$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp ....2p.

Zdający

- obliczy pole podstawy graniastosłupa $P_p = 14\sqrt{3}$

albo

- obliczy długość odcina $|AC| = 4\sqrt{3}$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Pokonanie zasadniczych trudności zadania ....3p.

Zdający

- obliczy pole podstawy graniastosłupa $P_p = 14\sqrt{3}$ oraz długość odcinka $|AC| = 4\sqrt{3}$

albo

- obliczy długość wysokości $|CC'| = 8$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

Rozwiązanie prawie pełne..4p.

Zdający

- obliczy $P_c = 44\sqrt{3} + 144$,

albo

- obliczy $V = 112\sqrt{3}$.

Rozwiązanie pełne...5p.

Zdający obliczy $P_c = 44\sqrt{3} + 144$ oraz $V = 112\sqrt{3}$.

Uwaga.

1. Jeżeli zdający realizuje strategię rozwiązania i popełnia jedynie błędy rachunkowe, to może otrzymać **4 punkty**, o ile popełnione błędy nie ułatwiają rozważanego zagadnienia na żadnym etapie rozwiązania.
2. Jeżeli zdający popełnia błąd merytoryczny w wyznaczeniu długości boków podstawy *(np. niewłaściwa funkcja trygonometryczna kąta* 60^o*)* i doprowadza rozwiązanie do końca, to za całe rozwiązanie może uzyskać maksymalnie **3 punkty.**
3. Jeżeli zdający popełnia błąd w wyznaczeniu długości odcinka *AD* oraz otrzyma taką długość, dla której nie istnieje trójkąt prostokątny ACC', to za całe rozwiązanie może uzyskać maksymalnie **1 punkt.**